

TD₄ – Intégrales généralisées

Exercices à préparer

Exercice 1 ★★★★★

Déterminer la nature des intégrales généralisées suivantes (en fonction des paramètres le cas échéant)

$$\int_0^{+\infty} \cos(t)e^{-2t} dt \quad \int_0^{+\infty} \frac{t \ln t}{t^3 + 1} dt, \quad \int_0^1 \frac{t^\alpha}{t^\beta + 1} dt$$

Exercice 2 ★★

1. Déterminer des réels a, b, c tels que $\frac{1}{2t(1+t)^2} = \frac{a}{t} + \frac{b}{t+1} + \frac{c}{(t+1)^2}$ pour tout $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$.
2. On pose $f : x \mapsto \frac{\ln x}{(1+x)^3}$. Montrer que f est intégrable sur $]0, 1]$ et calculer $\int_{]0, 1]} f$.